Análisis Weibull: Ejemplos Básicos de como usarlo para los Análisis de Confiabilidad

Autor: Arquimedes Ferrera Martínez
Senior Reliability Engineer

Artículo extraido de
Edición No. 30

Introducción

El **análisis de Weibull** es la técnica mayormente escogida para estimar una probabilidad basada en datos medidos o asumidos. La distribución de Weibull, descubierta por el sueco *Walodi Weibull*, fue anunciada por primera vez en un escrito en 1951.

El **modelo Weibull** tiene una interesante propiedad ligada a que según sean los valores de, puede presentar tasas de fallo crecientes, decrecientes o constantes. Así, cuando β=1 el modelo Weibull se convierte en exponencial y presenta tasa de fallos constante. El modelo exponencial es por tanto un caso particular del modelo Weibull, cuando β>1 el modelo tiene tasa de falla creciente y cuando β<1 presenta tasa de falla decreciente. El modelo Weibull es muy versátil y en la práctica es uno de los más utilizados.

El objetivo de este artículo es presentar una serie de ejemplos prácticos basada en mi concepto de compartir el conocimiento, que permitan dar una visión general del uso del análisis Weibull.

1. Función de Densidad de Probabilidad

No está contemplado dar un curso de estadística, sin embargo, hay conceptos básicos que tenemos que tener claros para el desarrollo que cualquier análisis probabilístico. Como por ejemplo, qué es la Función de Densidad de Probabilidad; esta "caracteriza del comportamiento de una población en tanto especifica la posibilidad relativa de que una variable aleatoria continua X tome un valor cercano a x.[1]".

La función de Densidad (f (t) es la Función de Densidad de Probabilidad (PDF)) y la Función de Distribución, estas funciones sirven para estudiar los datos de duración. La PDF es a menudo calculada a partir de, en nuestro caso, datos de fallas reales.

F(t) es la función de distribución acumulada (CDF). Es el área bajo la curva f(t) de 0 a t. (algunas veces llamada la **no confiabilidad o probabilidad de falla acumulada**).

$$F(t) = \int f(t)dt$$
$$F(t) = Pr(T \leq t) = \int_0^t f(x)dx$$

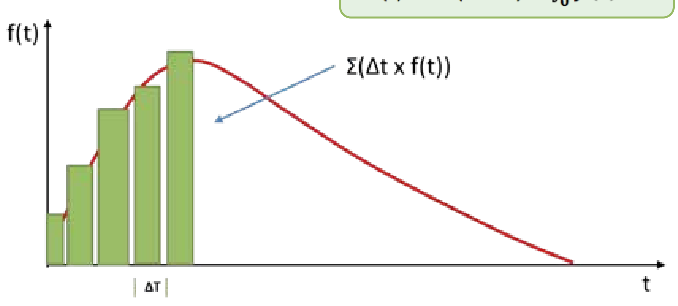

Figura 1. F(t) es la función de distribución acumulada(CDF).
Fuente: El autor.

Para el caso de análisis Weibull las funciones son las siguientes:

- Distribución de densidad de probabilidad (PDF)[3]

$$f(t) = \left(\frac{\beta t^{\beta-1}}{\eta^\beta}\right) e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad \textbf{(1)}$$

- Distribución de probabilidad acumulada (CDF)

$$F(t) = 1 - e^{\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad \textbf{(2)}$$

- Parámetro α
- Parámetro β

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^{\beta}}{n}\right)^{1/\beta} \quad \textbf{(3)}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[X_i^\beta \ln(t_i)\right]}{\sum_{i=1}^{n} X_i^\beta} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln(X_i) \quad \textbf{(4)}$$

Donde:

t – es la variable de tiempo.

β – es el parámetro de forma.

η – es el parámetro de escala o característica de vida.

La distribución de Weibull es útil por su habilidad para simular un amplio rango de distribuciones como la Normal, la Exponencial, etc. Las técnicas discutidas en la distribución de Weibull son similares a las usadas con las distribuciones Normal y Log-Normal[2].

Ejemplo Básico de un Análisis Weibull

Supongamos que usted quiere entrar al negocio de ventas en mercado electrónico, realizó una investigación de los 10 productos que más se venden y escogió el producto numero dos (2), "Accesorios para teléfonos móviles", según los "Blogs de Shopify", para iniciarse en el mundo de las ventas online. Ahora la pregunta del millón: ¿Cuánto tengo que comprar o invertir para revender y poder generar utilidad? En vista de su nulo conocimiento de este negocio, se consigue un socio capitalista que está empapado del mercado y este le dice, una vez que ya calculó el precio de venta que quiere, que usted compre solamente los suficientes "Accesorios para teléfonos móviles" de tal manera que, una vez terminadas las ventas, solo le queden sin vender aproximadamente el 10% de estos accesorios. Usted, como buen ingeniero de mantenimiento y conocedor de estadística, decide hacer un ANÁLISIS DE WEIBULL (dado que a nosotros los ingenieros nos gusta complicarnos la vida y "si lo puedes hacer difícil, ¿Por qué hacerlo fácil?"). Además, la cantidad de "Accesorios" a vender es un número aleatoriamente variable.

Como resultado inicial de acuerdo a lo indicado en la tabla No.1, hay un 93.26% en el que la cantidad de accesorios a vender será menor al 4,583 ya que el rango medio es 0.93269. Pero, **¿Cuánto comprar para revender y poder cumplir con el requerimiento del socio capitalista?**

Nuevamente realizaron un análisis de mercado con sus posibles competidores, con la ayuda del socio y apoyados por un software o simplemente a mano, tabularon los datos de venta promedio de diez posibles competidores y procedieron a calcular lo que se conoce como RANGO MEDIO (se puede encontrar en los libros de estadística), para cada uno de ellos. El Rango Medio es un número entre 0 a 1 que refleja en orden ascendente la fracción del valor del dato que es menor que el mismo dato. Así, se obtiene la Tabla No. 1, una vez ordenados los datos:

ORDEN	DATO	RANGO MEDIO
1	1,500	6.73%
2	2,000	16.35%
3	2,300	25.96%
4	2,700	35.58%
5	3,100	45.19%
6	3,350	54.81%
7	3,700	64.42%
8	3,983	74.04%
9	4,283	83.65%
10	4,583	93.27%

Tabla 1. Resumen de ventas promedios de sus competidores.
Fuente: El autor.

Continuando con el desarrollo del ANÁLISIS DE WEIBULL y con una hoja en Excel, dibujamos en un gráfico el doble logaritmo de los datos en cuestión, y obtuvimos el Gráfico de Weibull (ver Figura No. 2).

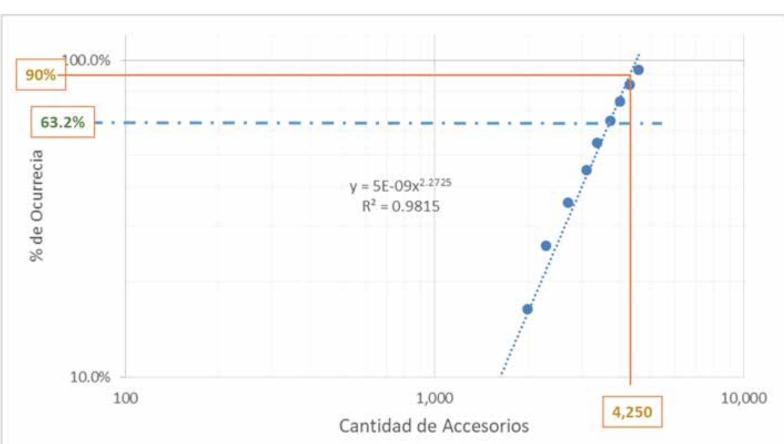

Figura 2. Gráfico de Weibull
Fuente: El autor.

De acuerdo a la gráfica de Weibull, el número estimado de "Accesorios para teléfonos móviles" a comprar, para un 10% de accesorios no vendidos, se localiza en la línea recta con una probabilidad de 0.90 (90%). Para este dato, el punto ocurre en aproximadamente los 4,250 accesorios.

Utilizando el "Excel", calculamos a la ecuación de la recta de la hoja logarítmica y obtuvimos la siguiente:

$Y = 5E\text{-}09x2.^{2725}$ (5)

$R^2 = 0.9815$ (6)

La pendiente de la línea recta que intercepta la mayoría de los puntos en el Gráfico de Weibull, es también el Factor de Forma β (2.2725) e indica a qué tipo de distribución de probabilidad se aproxima (normal, lognormal, exponencial, etc.). La vida característica, η, es el momento en que se espera que sea el 63,2% del Rango Medio de la línea recta. Este 63.2% es cierto para todas las distribuciones de Weibull, independientemente del parámetro de forma β, que corresponde cuando t = η (aproximadamente 3,800) en la ecuación 1, como lo indica la IEC 61649-2008 – Weibull analysis.

Volviendo a nuestro ejemplo para un 10% de ventas no satisfechas, se localiza en la línea recta con una probabilidad de 0.90 (90%). Para este dato, el punto ocurre en aproximadamente los 4,250 accesorios. (Y justo en ese momento nos dimos cuenta para qué estudiamos probabilidad y estadísticas en la universidad).

Con el Gráfico de Weibull, usted puede hacer estimaciones de probabilidades utilizando la línea recta, o simplemente leyendo la probabilidad en la escala vertical, para un dato (en este caso, un número de accesorios).

Ejemplo de Análisis Weibull aplicado a Fallas de Equipos

La técnica de Análisis Weibull puede ser usada para estimar probabilidad de muchos casos, por lo que continuando con nuestros ejemplos, nos enfocaremos en un análisis de confiabilidad asociado a una estadística de fallas de equipos de una planta Fraccionadora de Gas, para lo cual tenemos la siguiente estadística de Tiempo Para Falla (TPF).

Analizando los datos de la tabla No. 2, como primera observación tenemos que hay un 95.98% que los TPF sean menores a 95.98%, por supuesto que es una información, pero no nos ayuda mucho ya que tenemos datos desde 240 horas a 13,776 horas, por lo que debemos analizar la gráfica de Weibull (Fig.3).

No. Orden (i)	TPF	Rango Medio
1	240.00	4.02%
2	264.00	9.77%
3	312.00	15.52%
4	408.00	21.26%
5	528.00	27.01%
6	576.00	32.76%
7	600.00	38.51%
8	672.00	44.25%
9	744.00	50.00%
10	840.00	55.75%
11	864.00	61.49%
12	936.00	67.24%
13	1,152.00	72.99%
14	1,992.00	78.74%
15	2,472.00	84.48%
16	5,832.00	90.23%
17	13,776.00	95.98%

Figura 2. Datos estadísticos de TPF
Fuente: El autor.

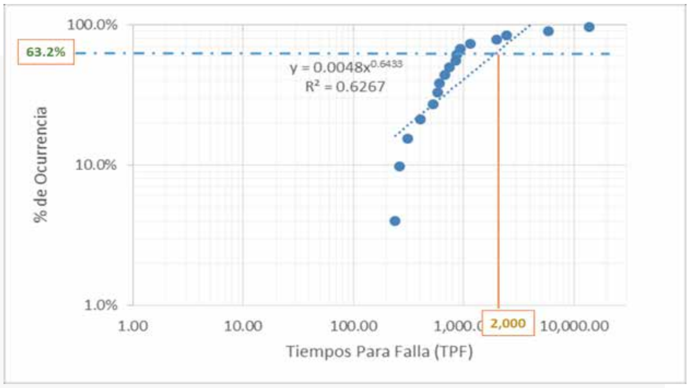

Figura 3. Gráfico de Weibull (TPF)
Fuente: El autor..

Del análisis tenemos que el Factor de Forma β es 0.6433 lo que indica que tenemos una tasa de falla descendente, al igual que una t = η (aproximadamente 2,000).

Ya con los datos de forma y escala podemos realizar cualquier estimado de confiabilidad utilizando la ecuación (7) o el gráfico de Weibull.

R(t) = 1-F(t) (7)

Por ejemplo, si queremos estimar cuál es la confiabilidad o probabilidad para que los equipos no fallen a t1=500 horas o t2=3000 horas, obtendremos lo siguiente:

R(t1) = 80%

R(t2) = 10%

Referencias
1. Wikipedia
2. FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS DE WEIBULL – Por Robert B. Abernethy, FL, USA
3. IEC 61649-2008 – Weibull analysis

Autor: Arquímedes Ferrera
Empresa: E&M Solutions Group
Correo: *arquimedes.ferrera@eymsolutions.com*